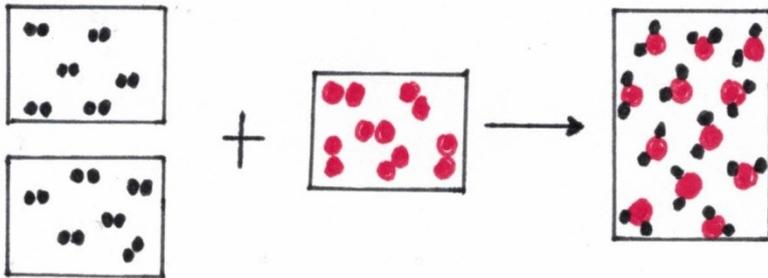


Die Avogadro-Konstante N_A

Das Ziel der folgenden Seiten ist es, festzustellen, wie viele Atome pro cm^3 oder pro g in einem Stoff enthalten sind.

Chemische Reaktionen zwischen Gasen (z.B. $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$) zeigen, dass die Volumina aller beteiligten Stoffe immer in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen. Voraussetzung ist selbstverständlich, dass alle beteiligten Stoffe vor und nach der Reaktion gasförmig sind. Natürlich müssen auch die einzelnen Volumina bei derselben Temperatur und demselben Druck gemessen werden.



Beispiel: 2 Raumteile $\text{H}_2 + 1$ Raumteil $\text{O}_2 \rightarrow 2$ Raumteile H_2O
Dabei wird der Versuch bei derart hohen Temperaturen durchgeführt, dass auch H_2O im Gaszustand bleibt.

Erklärung: die beteiligten Atome verbinden sich nur zu einer ganz bestimmten Struktur (z.B. H_2O) und nicht in beliebiger oder gar zufälliger Anordnung.
Die Anzahl der beteiligten Moleküle hängt offensichtlich vom Volumen des beteiligten Gases ab.

Unter einem *idealen Gas* versteht man eine Gasmenge, die folgende Eigenschaften besitzt:

- Die einzelnen Teilchen eines idealen Gases üben keine Anziehungs- oder Abstoßungskräfte aufeinander aus. Es finden lediglich elastische Stöße zwischen den Teilchen untereinander und zwischen den Teilchen und der Wand statt.
- Die einzelnen Gasteilchen besitzen eine verschwindend kleine Ausdehnung im Vergleich zu ihrer mittleren *freien Weglänge*. Die betreffenden Teilchen haben einen (relativ) großen Abstand voneinander verglichen mit der

Teilchengröße selbst.

- Alle Stöße untereinander und mit der Wand sind voll elastisch. Das bedeutet, dass bei Stößen keine angeregten Zustände erzeugt werden.

Bemerkung:

Wasserdampf kann demzufolge kein ideales Gas sein. Denn die H₂O-Moleküle bilden einen permanenten elektrischen Dipol. Und Dipole ziehen sich nun mal gegenseitig an bzw. stoßen sich ab.

Je niedriger der Druck und je höher die Temperatur ist, desto stärker verhält sich ein reales Gas wie ein ideales. Ein praktisches Maß dafür ist der „normierte“ Abstand der aktuellen Temperatur vom Siedepunkt: Zum Beispiel liegt der Siedepunkt von Wasserstoff bei 20 K; bei Zimmertemperatur ist das etwa das 15-fache, was ein nahezu ideales Verhalten bedeutet. Dagegen beträgt bei Wasserdampf von 300 °C (573 K) der Abstand vom Siedepunkt (373 K) nur etwa das Anderthalbfache – weit ab von idealem Verhalten.

Satz von Avogadro:

Gleiche Volumina idealer Gase enthalten bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich viele Gasteilchen.

Also 1 dm³ Alkoholdampf C₂H₅OH enthält bei hohen Temperaturen genauso viele Moleküle wie 1 dm³ Wasserdampf H₂O (nur ungefähr, weil beide keine idealen Gase sind. Außerdem müssen natürlich Druck und Temperatur identisch sein).

Aufgrund dieser Betrachtung folgt z.B., dass die chemische Gleichung $2\text{H} + \text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{O}$ falsch sein muß. Die entsprechenden Raumteile wären dann nämlich $2 \text{ RT} + 1 \text{ RT} \rightarrow 1 \text{ RT}$, was dem Experiment widerspricht.

Bemerkung: Aus rein rechnerischen Gründen (wegen der Raumteile) wäre die Gleichung $2\text{H}_4 + \text{O}_4 \rightarrow 2 \text{ H}_4\text{O}_2$ auch möglich. Aber die Gleichung $2\text{H}_4 + \text{O}_4 \rightarrow 4 \text{ H}_2\text{O}$ kann (wegen der Raumteile) nicht richtig sein.

Die Dichte von Gasen lässt sich leicht bestimmen. Wenn man also, wie bei der Bildung von Wassermolekülen ($2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$) die Volumenverhältnisse kennt, so kann man auch sofort mit Hilfe der Dichte die Massenverhältnisse berechnen.

$$\rho_{\text{H}_2} = 0,08988 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{und} \quad \rho_{\text{O}_2} = 1,42895 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Wasserstoff und Sauerstoff verbinden sich also im Volumenverhältnis 2:1 und im Massenverhältnis $\frac{2 \cdot 0,08988}{1 \cdot 1,42895} \approx 0,125799 \approx 1:7,95$

Daraus folgt, dass die Masse eines Sauerstoffatoms etwa 15,9 mal so groß ist wie die Masse eines Wasserstoffatoms.

Setzt man nun willkürlich die Masse des leichtesten Atoms (nämlich H) auf 1u, so hätte Sauerstoff die sog. **relative Atommasse** 15,9u. Diese ziemlich krumme Zahl für das Sauerstoffatom hat verschiedene physikalische Ursachen (Isotope, Elektronen, unterschiedliche Masse von Neutronen und Protonen, Massendefekt).

Da man im Prinzip alle Elemente in den Gaszustand versetzen und chemische Gasreaktionen beobachten kann (z.B. $2\text{Fe} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{FeO}$ usw.), lässt sich für jedes Element die relative Atommasse (in u) bestimmen. Wir werden in Kürze sehen, wie groß 1u wirklich ist.

Das „normale“ Kohlenstoff-Atom $^{12}_6\text{C}$ besitzt 6 Neutronen, 6 Protonen und 6 Elektronen. Graphit und Diamant bestehen jeweils aus reinem Kohlenstoff, haben jedoch eine unterschiedliche Kristallstruktur und damit auch eine unterschiedliche Dichte. Aber in 12 g Graphit sind genauso viele C-Atome wie in 12 g Diamant.

Die folgende Definition für die relative Atommasse erscheint rein willkürlich. Sie ist historisch begründet (es gab früher auch andere Definitionen) und hat mehr finanzielle und wirtschaftliche Hintergründe als physikalische.

Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Einzelteilchen besteht, wie Atome in 12g des Nuklids $^{12}_6\text{C}$ enthalten sind; sein Symbol ist „mol“.

Unter der Avogadro-Zahl N_A versteht man die Anzahl der Atome in 12g des Kohlenstoffisotops $^{12}_6\text{C}$

Bemerkungen:

- Im Prinzip hätte man auch definieren können: N_A ist die Anzahl der Atome in 1g des Wasserstoffisotops ^1_1H . Diese Definition hat es tatsächlich einmal gegeben. Sie käme dem natürlichen Physik-Verständnis eigentlich auch viel näher als die jetzige Definition.
- Ein Wasserstoff-Atom besteht aus einem Proton und einem Elektron. Ein Kohlenstoff-Atom besteht aus 6 Protonen, 6 Neutronen und 6 Elektronen. Wie oben schon erwähnt, beträgt die Masse eines Kohlenstoff-Atoms aus verschiedenen Gründen eben nicht exakt das 12-fache der Masse eines Wasserstoff-Atoms.
- Ein Mol normalen Wasserstoffgases (bestehend aus den Molekülen H_2) hat ungefähr die Masse 2g.
- Ein Mol atomaren Wasserstoffes (gibt es nur bei sehr hohen Temperaturen, bestehend aus H-Atomen) hat ungefähr die Masse 1g.

Im Folgenden soll der Wert für N_A ermittelt werden.

Der Öltröpfchenversuch

Ein Tröpfchen Ölsäure (chemische Summenformel: $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$ bzw. $\text{C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2$) fällt auf eine mit Bärlappsamen bestreute Wasserfläche. Das sich ausbreitende Öl schiebt den Bärlappsamen vor sich her, so dass deutlich sichtbar eine Kreisfläche entsteht. Dabei zeigt sich experimentell, dass die Kreisfläche proportional zum Tröpfchenvolumen ist. Daraus folgt sofort, dass die Dicke der Ölschicht immer konstant ist. Wir nehmen an, dass diese Dicke genau einer Molekülgröße entspricht.

Aus dem Kreisradius r und dem Tröpfchenvolumen V lässt sich die Dicke d der Ölschicht berechnen: $V = \pi r^2 \cdot d$, also $d = \frac{V}{\pi r^2}$

Stellt man sich weiterhin vor, dass der Öltropfen aus würfelförmigen Molekülen (Kantenlänge d) besteht, so lässt sich die Anzahl N der Moleküle in dem Tropfen bestimmen: $N = \frac{V}{d^3}$

Versuch:

Es wird eine Öl-Benzin-Mischung hergestellt, in welcher sich 0,1 Vol% Ölsäure befindet. Das Benzin verdunstet bei dem Versuch in Sekundenschnelle.

17 Tropfen dieser Mischung haben ein Volumen von 1 cm^3 . Lässt man einen einzigen Tropfen auf die mit Bärlappsamen bestreute Wasseroberfläche treffen, entsteht ein Kreis mit Radius $r = 15,5 \text{ cm}$.

Bemerkungen: Die Benzinmischung ist notwendig, weil man ansonsten das sehr geringe Ölsäurevolumen kaum messen kann. Als Begrenzung des Ölfleckens ist Bärlappsamen gut geeignet. Die Begrenzung muss sich sehr leicht auf der Wasseroberfläche verschieben lassen. Der Versuch wäre auch ohne Begrenzungsmaterial durchführbar. Allerdings könnte man dann die Größe des Ölfleckens nur sehr schlecht erkennen.

Aus diesen Daten kann man leicht die Molekülgröße von Öl errechnen:

1 Tröpfchen hat das Volumen $\frac{1}{17} \text{ cm}^3$

Das darin enthaltene 0,1-prozentige Öl hat also ein Volumen von

$$0,1 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{17} \text{ cm}^3 = 5,88 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3$$

Aus der Gleichung $5,88 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3 = \pi \cdot (15,5 \text{ cm})^2 \cdot d$ folgt sofort:

$$d = 7,7936 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 0,779 \text{ nm}$$

Damit lässt sich errechnen, dass in diesem Tropfen etwa

$$N = \frac{V}{d^3} = 1,243 \cdot 10^{17} \text{ Ölsäure-Moleküle enthalten sind.}$$

Es bleibt noch übrig, die Anzahl der Öltröpfchen pro Mol zu berechnen. Ölsäure besitzt die Dichte $0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Das obige Tröpfchen enthielt damit etwa

$$5,88 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3 \cdot 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 5,292 \cdot 10^{-5} \text{ g Ölsäure.}$$

Ölsäure besitzt die Summenformel $\text{C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2$. Ein Mol Ölsäure entspricht also ungefähr $(18 \cdot 12 + 34 \cdot 1 + 2 \cdot 16) \text{ g} = 282 \text{ g}$

Mit simplem Dreisatz

$$5,292 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 1,243 \cdot 10^{17} \text{ Ölsäure-Moleküle}$$

$$282 \text{ g} = N_{\text{A}} \text{ Ölsäure-Moleküle}$$

folgt nun, dass in einem Mol Ölsäure etwa

$$N_{\text{A}} = 6,619 \cdot 10^{23} \text{ Moleküle enthalten sind.}$$

Diese Zahl wird *Avogadro-Konstante* genannt (Amedeo Avogadro, italienischer Physiker, 1776 – 1856). Der Literaturwert beträgt übrigens $N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23}$

Mit Hilfe der Dichte eines Stoffes lässt sich auch das **Molvolumen** ausrechnen.

Beispiele:

1 Mol H₂ entspricht 2g. Wasserstoffgas besitzt (bei 0°C und 1013 hPa) die Dichte $\rho = 0,0899 \frac{\text{g}}{\text{l}}$. Mit $\rho = \frac{m}{V}$ folgt $V = \frac{m}{\rho} = 22,247$ Liter

1 Mol He entspricht 4g. Heliumgas besitzt (bei 0°C und 1013 hPa) die Dichte $\rho = 0,179 \frac{\text{g}}{\text{l}}$. Mit $\rho = \frac{m}{V}$ folgt $V = \frac{m}{\rho} = 22,346$ Liter

Bemerkung:

Für ideale Gase beträgt (bei 0°C und 1013 hPa) das Molvolumen etwa 22,4 Liter.

Nun lässt sich die **atomare Masseneinheit *1u*** berechnen (betrachte etwa 1 mol atomaren Wasserstoff): $1u = 1 \frac{\text{g}}{N_A} = \frac{1\text{g}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg}$.

Das entspricht damit ungefähr der Masse eines Wasserstoff-Atoms, eines Protons oder eines Neutrons.

Räumlicher Abstand in idealen Gasen:

In 22,4 Liter befinden sich N_A Teilchen. Angenommen, alle Teilchen seien gleichmäßig verteilt und jedes Teilchen besetze ein würfelförmiges Volumen der Kantenlänge x . Die Würfel überschneiden sich nicht. Dann gilt:

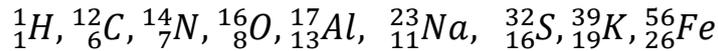
$$22,4 \text{ dm}^3 = N_A \cdot x^3 \quad \text{Daraus folgt: } x = 3,34 \text{ nm}$$

Dies wäre praktisch der Abstand von einem Teilchen zum räumlich nächsten (wenn alle Teilchen gleichmäßig verteilt wären). Zum Vergleich: der Durchmesser eines H-Atoms beträgt etwa 0,064 nm. Das heißt, der Abstand zweier H-Atome im H-Gas ist etwa 50mal größer als ein H-Atom selbst.

Unter der sog. **mittleren Weglänge** in Gasen versteht man die durchschnittliche Strecke, die ein Teilchen zurücklegen kann, bevor es mit einem anderen Teilchen zusammenstößt. Zur Information: die mittlere freie Weglänge eines Gasmoleküls beträgt in Luft etwa 68 Nanometer unter Standardbedingungen (0°C und 1013 hPa).

Wie lange dauert es, bis sich zwei Teilchen gegenseitig stoßen? Luftmoleküle bewegen sich (bei 0°C und Normaldruck) mit 463 m/s. Für die mittlere Weglänge von 68 nm benötigen die Teilchen demnach etwa $1,5 \cdot 10^{-10}$ s.

Aufgaben mit den Isotopen



Stoff	Zahl der Teilchen	Zahl der Atome	Masse (g)
1 mol S	$6 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$	32
1 mol O ₂	$6 \cdot 10^{23}$	$1,2 \cdot 10^{24}$	32
1 mol CH ₄	$6 \cdot 10^{23}$	$3 \cdot 10^{24}$	16
1 mol C ₂ H ₅ OH	$6 \cdot 10^{23}$	$5,4 \cdot 10^{24}$	46

1) Berechne die Masse:	a) 1 mol H ₂ SO ₄	b) 0,5 mol NaOH	c) 3 mol Al ₂ O ₃
2) Wieviel mol sind:	a) 21 g HNO ₃	b) 28 g KOH	c) 2 g NaOH

Nimm für die folgenden Rechnungen an, es handle sich um ideale Gase unter Normalbedingungen!

3) Volumen (bei NB) ?	a) 4 g H ₂	b) 16 g O ₂	c) 48 g CH ₄
4) Welche Masse haben:	a) 11,2 Liter H ₂ -Gas	b) 44,8 Liter O ₂	c) 33,6 Liter C ₃ H ₈ -Gas

5) Wie viele Atome sind in 0,25g Eisen enthalten?

6) Man denke sich die Moleküle eines Löffels Wasser ($V=5\text{cm}^3$) markiert und dann gleichmäßig

a) in einer Badewanne mit 160 Liter Wasser,

b) im Bodensee, der eine Fläche von 540 km² und eine mittlere Tiefe von 90m besitzt,

c) in allen Weltmeeren (benötigte Daten aus dem Internet besorgen!) verteilt.

Wie viele markierte Moleküle sind dann in einem Löffel Wasser, den man der Badewanne bzw. dem Bodensee bzw. den Weltmeeren entnimmt, enthalten?

7) Die *Avogadrokonstante* kann durch sehr genaue Messung der Gitterkonstanten eines Kristalls gewonnen werden. Ein sehr genauer Wert der Gitterkonstanten a ist z.B. beim Silizium-Einkristall bekannt. Silizium hat die relative Atommasse 28,09u

Die Elementarzelle von Silizium sind Würfel der Kantenlänge

$$a = 5,4311 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Auf jede Elementarzelle treffen rechnerisch 8 Siliziumatome.

$$\text{Die Dichte von Silizium ist } \rho = 2,3290 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} .$$

Berechne die *Avogadrokonstante* nur unter Benutzung obiger Angaben.

Insbesondere darf der Wert der atomaren Masseneinheit u nicht benutzt werden.

Lösungen

- 1) a) 1 mol $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 \text{ g} = \mathbf{98 \text{ g}}$
b) 0,5 mol $\text{NaOH} = 0,5 \cdot (23 + 16 + 1) \text{ g} = \mathbf{20 \text{ g}}$
c) 3 mol $\text{Al}_2\text{O}_3 = 3 \cdot (2 \cdot 27 + 3 \cdot 16) \text{ g} = \mathbf{306 \text{ g}}$
-

- 2) a) 21 g HNO_3 : 1 mol = 1 + 14 + 3 · 16 g = 63 g 21/63 = **0,33 mol**
b) 28 g KOH : 1 mol = 39 + 16 + 1 g = 56 g 28/56 = **0,5 mol**
c) 2 g NaOH : 1 mol = 23 + 16 + 1 g = 40 g 2/40 = **0,05 mol**
-

- 3) a) 4 g H_2 : 1 mol $\text{H}_2 = 2 \text{ g}$, 4g = 2 mol, 1 mol Gas: 22,4 l ==> 2 mol Gas = **44,8 l**
b) 16 g O_2 : 1 mol $\text{O}_2 = 32 \text{ g}$, 16g = 0,5 mol, 0,5 mol Gas: **11,2 Liter**
c) 48 g CH_4 : 1 mol = 16 g, 48g = 3 mol, 3 mol Gas: **67,2 Liter**
-

- 4) a) 11,2 Liter H_2 -Gas:
22,4 Liter = 1 mol ==> 11,2 l = 0,5 mol, 1 mol = 2 g ==> 0,5 mol = **1 g**
b) 44,8 Liter O_2 :
22,4 l = 1 mol ==> 44,8 l = 2 mol, 1 mol $\text{O}_2 = 32 \text{ g}$ ==> 2 mol = **64 g**
c) 33,6 Liter C_3H_8 -Gas:
33,6 l = 1,5 mol 1 mol $\text{C}_3\text{H}_8 = 44 \text{ g}$ ==> 1,5 mol = **66 g**

- 5) 1 Mol Eisen = 56g
Dreisatz: 56g = N_A Atome
0,25g = $\approx 2,688 \cdot 10^{21}$ Atome

- 6) 1 Mol $\text{H}_2\text{O} = 18\text{g}$
Dreisatz: 18g = N_A Moleküle
5g = $\approx 1,67 \cdot 10^{23}$ Moleküle

- a) Dreisatz: 160,005 Liter = $1,67 \cdot 10^{23}$ Moleküle
0,005 Liter = $\approx 5,227 \cdot 10^{18}$ Moleküle

- b) $V_{\text{Bodensee}} = 540\text{km}^2 \cdot 0,09\text{km} = 48,6 \text{ km}^3$
Dreisatz: $48,6 \cdot 10^{12}$ Liter = $1,67 \cdot 10^{23}$ Moleküle
0,005 Liter = $\approx 17,2 \cdot 10^6$ Moleküle

- c) $V_{\text{Weltmeere}} = (\text{Wikipedia}) 1,338 \text{ Mrd km}^3 = 1,338 \cdot 10^{21}$ Liter
Dreisatz: $1,338 \cdot 10^{21}$ Liter = $1,67 \cdot 10^{23}$ Moleküle
0,005 Liter = $\approx 0,62$ Moleküle

7) $1 \text{ Mol Si} = 28,09 \text{ g} = N_A \cdot m_{\text{Si-Atom}}$

Eine Elementarzelle mit 8 Si-Atomen besitzt die Masse

$$m_{\text{Zelle}} = a^3 \cdot \rho = (5,4311 \cdot 10^{-10} \text{ m})^3 \cdot 2,3290 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 3,73107 \cdot 10^{-22} \text{ g}$$

Demnach besitzt ein einziges Si-Atom die Masse $m_{\text{Si-Atom}} \approx 4,6638 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

Damit folgt: $28,09 \text{ g} = N_A \cdot 4,6638 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

bzw. $N_A = 6,0229 \cdot 10^{23}$